



8th International Olympiad on Astronomy and Astrophysics

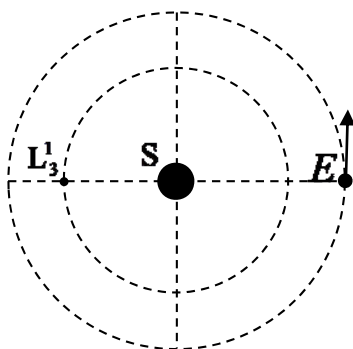
Suceava – Gura Humorului – August 2014

1. Lagrangeve točke

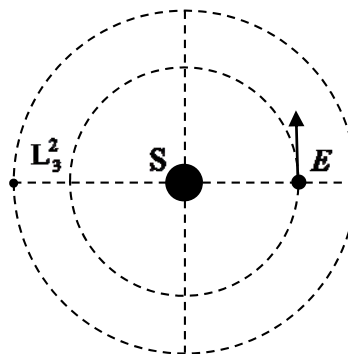
V poenostavljenem primeru gravitacijsko vezanega sistema dveh teles, pri katerem se telo z manjšo maso giblje po krožni orbiti okoli telesa z večjo maso, obstaja pet Lagrangevih točk, kjer je tretje telo zanemarljive mase v mirovanju glede na ostali telesi; na primer umetni satelit v sistemu Zemlje in Lune. Na sliki 1 sta označena možna položaja Lagrangeve točke L_3 v sistemu Zemlja – Sonce. Računsko pokaži, katera od točk L_3^1 in L_3^2 na sliki je v resnici lahko Lagrangeva točka v sistemu Zemlja – Sonce. Svoj odgovor podkrep s primernimi enačbami oz. izpeljavo.

Izračunaj še razliko med eno astronomsko enoto in razdaljo od Sonca do L_3 .

Računaj s sledečimi podatki: razdalja med Soncem in Zemljo $d_{ES} = 14,96 \cdot 10^7$ km, razmerje med maso Zemlje in Sonca $M_E / M_S = 1/332946$.



Slika 1A



Slika 1B

2. Sončeva gravitacijska katastrofa!

V gravitacijski katastrofi se je masa Sonca v hipu zmanjšala na polovico trenutne vrednosti. Predpostavi, da je Zemljina orbita elipsa, njen obhodni čas okoli Sonca $T_0 = 1 \text{ leto}$ in ekscentričnost njene orbite $e_0 = 0,0167$.

Izračunaj obhodno dobo Zemlje okoli Sonca po gravitacijski katastrofi, če se je ta zgodila:

3. julija (afelij),
3. januarja.

3. Kozmični delci

Med preučevanjem kozmičnih delcev so raziskovalci odkrili nestabilni delec π^0 mezon. Mirovna masa mezona π^0 je mnogo večja od mirovne mase elektrona. Meritve so pokazale, da π^0 mezon med gibanjem razpade na dva fotona. V posebnem primeru ima en od nastalih fotonov maksimalno mogočo energijo E_{\max} , drugi foton pa posledično najmanjšo možno energijo E_{\min} . Poišči funkcijo, ki povezuje začetno hitrost π^0 mezona v odvisnosti od E_{\max} in E_{\min} .

Svetlobna hitrost je c , relativistična zveza med energijo E in gibalno količino delca p je:

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4.$$

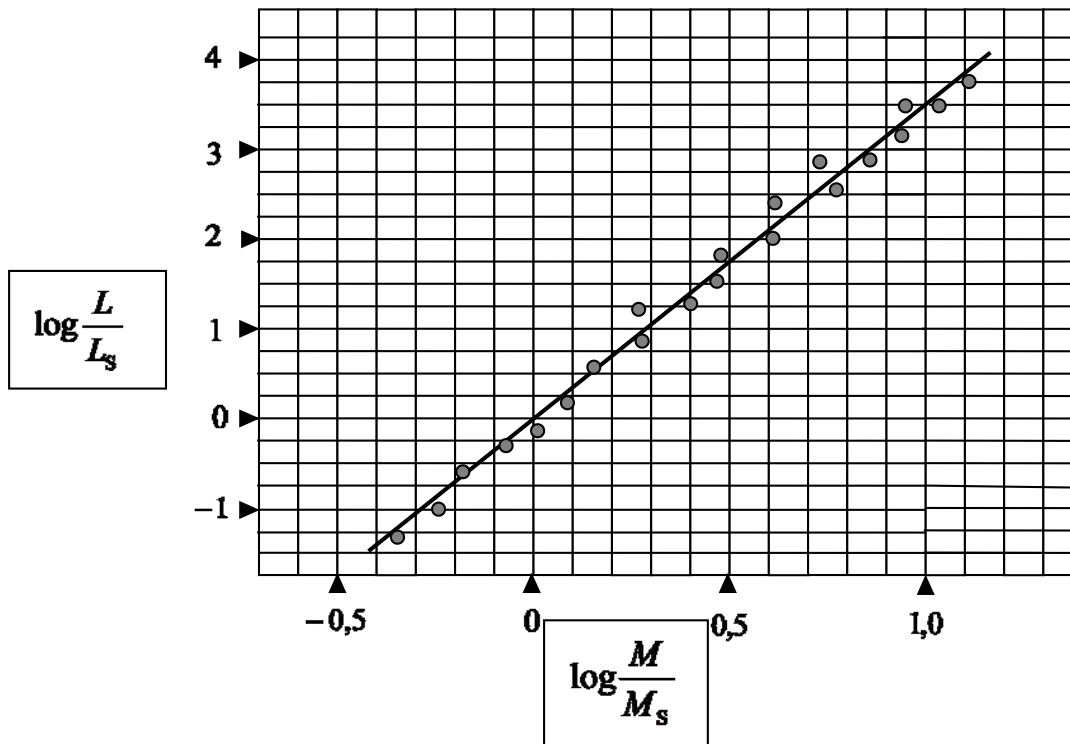
4. George Clooney se rešuje kot ve in zna

Astronavt George, ki ima maso $M=100 \text{ kg}$, zapusti vesoljsko ladjo in se odpravi na vesoljski sprehod. Odpravi se popraviti satelit, ki miruje glede na njegovo vesoljsko ladjo in je od nje oddaljen $d = 90 \text{ m}$. Ko konča s popravilom, ugotovi, da se je njegov pogon za vrnitev na vesoljsko ladjo pokvaril. Opazi tudi, da ima na razpolago le še za 3 minute zraka. Ker je izjemen astronavt, ima George s seboj nepropustno valjasto posodo (osnovna ploskev valja: $S = 30 \text{ cm}^2$) v kateri je $m = 200 \text{ g}$ vodnega ledu. Posoda pa ni povsem napolnjena z ledom.

George si trdno pritrdi posodo na roko in jo odpre. Izračunaj, če se mu bo s takim pravilno usmerjenim pogonom uspelo vrniti na svojo vesoljsko ladjo, preden mu zmanjka zraka. Svoje izračune izpelji in pojasni s pomočjo skice. Vedi, da astronavt ne more ničesar odvreči ali se odriniti od satelita. Uporabi sledeče podatke: temperatura vodnega ledu v posodi $T = 272 \text{ K}$, $p_s = 550 \text{ Pa}$ je nasičeni parni tlak vodne pare pri temperaturi $T = 272 \text{ K}$; $R = 8300 \text{ J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$ - splošna plinska konstanta; $\mu = 18 \text{ kg}/\text{kmol}$ - molska masa vode.

5. Življenjska doba zvezde glavne veje HR diagrama

Na grafu je z neprekinjeno daljico prikazana zveza $\log(L/L_s) = f(\log(M/M_s))$ za večje število zvezd. L je izsev neke zvezde, M je njena masa, L_s je izsev Sonca in M_s njegova masa.



η je masni delež zvezde, ki ga ta v svojem življenju spremeni v energijo, za Sonce je to razmerje η_s . Razmerje med maso zvezde in maso Sonca je $n = \frac{M}{M_s}$. Poišči zvezo med življenjskim časom zvezde na glavni veji Hertzsprung-Russellovega diagrama, kot funkcijo η , η_s in τ_s , kjer je τ_s življenjski čas Sonca na glavni veji. Predpostavi, da je izsev zvezde tekom življenja na glavni veji konstanten.

6. Efektivna temperatura zvezde

Pri neki zvezdi preučujemo izsev v ozkem območju valovni dolžin $\Delta\lambda$, pri čemer je $\Delta\lambda \ll \lambda$, oziroma valovna dolžina preučevane svetlobe je med λ in $\lambda + \Delta\lambda$. Po Planckovem zakonu za sevanje črnega telesa velja za fluks r (izsevna moč na enoto površine na interval valovnih dolžin) zveza:

$$r = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/kT\lambda} - 1)}.$$

Na Zemlji izmerjeni intenziteti svetlobe zvezde pri valovnih dolžinah λ_1 in λ_2 , ki sta obe znotraj zgoraj omenjenega intervala $\Delta\lambda$, sta $I_1(\lambda_1)$ in $I_2(\lambda_2)$.

Poišči zvezo med valovnima dolžinama λ_1 in λ_2 , če velja $I_1(\lambda_1) = 2I_2(\lambda_2)$ in je $hc \ll \lambda kT$.

h je Planckova konstanta, k je Boltzmanova konstanta, c hitrost svetlobe v vakuumu.

Uporabi: $e^x \approx 1 + x$ če je $x \ll 1$.

7. Svetlobni tlak

Za opazovalca na Zemlji je svetlobni tlak svetlobe s Sonca $p_{\text{rad,S}}$, svetlobni tlak z zvezde Σ pa

$p_{\text{rad},\Sigma}$.

Izračunaj navidezno magnitudo zvezde Σ , če veš, da je navidezna vizualna magnituda Sonca m_S .

Pri reševanju upoštevaj sledeče: tlak elektromagnetnega valovanja v vakuumu p je enak gostoti energije E elektromagnetnega valovanja: $p = \Delta E / \Delta V$, kjer je V prostornina.

Znani so sledeči podatki: M_S - masa Sonca, R_S - polmer Sonca, G - gravitacijska konstanta; σ Stefan – Boltzmannova konstanta; c – hitrost svetlobe v vakuumu.

8. Vesoljska ladja, ki kroži okoli Sonca

Vesoljska ladja v obliki krogle se okoli Sonca giblje po krožni orbiti in se pri tem vrti okrog lastne osi, ki je pravokotna na njeno orbitalno ravnino. Temperatura zunanje površine vesoljske ladje je T_N .

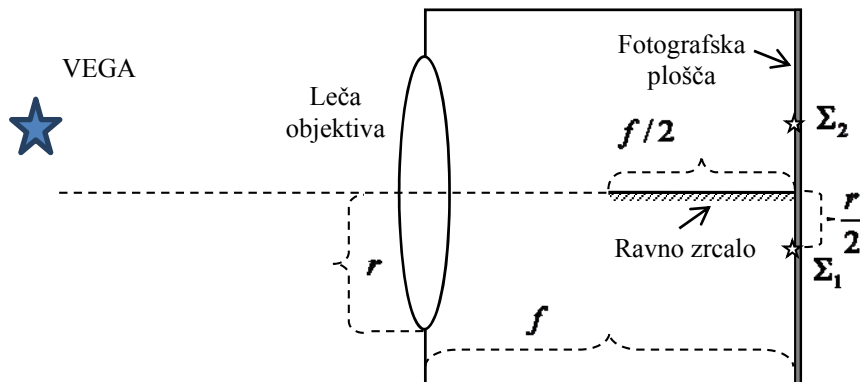
Predpostavi, da je vesoljska ladja idealno črno telo in nima notranjega izvora toplote.

Izračunaj navidezno magnitudo Sonca in kotni premer Sončeve ploskvice, kot bi ju izmeril astronom na tej vesoljski ladji. Znane so sledeče količine: T_S - efektivna temperatura Sonca; R_S - polmer Sonca; d_0 - razdalja med Zemljo in Soncem; m_0 - navidezna magnituda Sonca, izmerjena na Zemlji; R_N - polmer vesoljske ladje.

9. Zvezda Vega v zrcalu

V fotoaparatu je vzdolž optične osi objektiv postavljen ravno zrcalo, kot to prikazuje spodnja slika. Dolžina zrcala je polovica goriščne razdalje objektiv. V goriščni ravnini objektiv je fotografska plošča. Na fotografski plošči nastaneta dve različni svetli sliki zvezde, kot je to prikazano na spodnji sliki. Zvezda Vega ni na optični osi objektiv. Razdalja med optično osjo in lego slike zvezde Σ_1 je $\frac{r}{2}$, pri čemer je r polmer leče objektiv.

Izračunaj razliko med navideznima fotografskima magnitudama slik Vege na fotografski plošči.



10. Zvezdi z romunskima imenoma

Romunska astronoma Ovidiu Tercu in Alex Dumitriu iz kraja Galati Romania sta pred kratkim odkrila dve spremenljivi zvezdi. Galaktične koordinate zvezd so: Galati V 1 ($l_1 = 114,371^\circ; b_1 = -11,35^\circ$) in Galati V 2 ($l_2 = 113,266^\circ; b_2 = -16,177^\circ$).

Oceni kotno razdaljo med zvezdama Galati V1 in Galati V2.

11. Navidezna magnituda Lune

Navidezna magnituda Lune, kot bi jo izmeril opazovalec na Soncu je $M_M = 0,25^m$.

Izračunaj navidezni magnitudi Lune, kot bi ju opazovalec izmeril na Zemlji ob polni Luni in prvem krajcu.

Predpostavi, da je oddaljenost od Lune do Zemlje $d_{ME} = 385000$ km, razdalja med Zemljo in Soncem $d_{ES} = 1 AU$, razdalja med Luno in Soncem pa $d_{MS} = 1 AU$. Opazovalec na Zemlji mora uporabiti spodaj definirani faktor faze, s katerim popravi svetlost Lunine ploskvice zaradi ukrivljenosti Luninega površja in Lunine mene. Ψ je fazni kot pri Luni.

$$p(\Psi) = \frac{2}{3} \cdot \left[\left(1 - \frac{\Psi}{\pi} \right) \cos \Psi + \frac{1}{\pi} \sin \Psi \right]$$

12. Absolutna magnituda kefeide

Kefeide so zvezde, katerih svetlost se periodično spreminja zaradi širjenja in krčenja zvezde. Perioda P teh oscilacij je podana z enačbo:

$$P = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{GM}},$$

kjer je R srednji polmer kefeide; M njena masa (ta se s časom ne spreminja). Privzemi, da se temperatura kefeide med oscilacijami ne spreminja.

Pokaži, da je srednja vrednost absolutne magnitude kefeide $M_{ce,p}$ enaka:

$$M_{cef} = -2,5^m \cdot \log k - \left(\frac{10}{3} \right)^m \cdot \log P,$$

kjer je P perioda pulziranja kefeide.